Ks. STANISŁAW KAMIŃSKI

FREGEGO LOGIKA ZDAŃ

Frege [1], początkowo nie zrozumiany i nie doceniony zarówno przez logików jak i matematyków [2], został wydobyty z zapomnienia w r. 1903 przez Russella w *The principles of mathematics,* który jednak przesłonił go odtąd własnym nazwiskiem. Mimo to po roku 1930 wzrosło zainteresowanie tym największym logikiem XIX wieku. Zajęto się szczególnie jego logiką i metodologią nauk dedukcyjnych oraz — bardzo żywo w ostatnich latach — teorią języka.

---

[1] Gottlob Fryderyk Ludwik Frege (ur. w r. 1848) był synem dyrektora pensji żeńskiej w Wismarze. Matką zaś jego była Augusta Białobłocka (możliwe że Polka). Studiował matematykę i filozofię w Jenie, a potem w Getyndze, gdzie uzyskał w r. 1873 stopień doktora matematyki. W następnym roku habilitował się, a w r. 1879 został w Jenie profesorem nadzwyczajnym matematyki (dopiero w r. 1896 zwyczajnym honorowym). Tak charakterystycznej dla Niemców *szkoły nie stworzył. Żył w odosobnieniu.* Zmarł w Jenie 1925 r. Najważniejsze *prace logiczno-metodologiczne* Fregego to: *Begriffsschrift, Die Grundlagen* oraz *Grundgesetze.*

Dane biograficzne: M. G. Beumer: *En historische bijzonderheid uit het leven van Gottlob Frege*, „Simon Sevin", XXV (1946—7), oraz: *Das Studium der Mathematik an den deutschen Uniwersitäten seit Anfang des* XIX *Jrh.*, Leipzig—Berlin 1916.

Bibliografia prac logicznych Fregego podana jest w „Journal of Symbolic Logic", I, 1936), a uzupełnienia w następnych rocznikach.

[2] Odegrała tu rolę utrudniającą niełatwa i dziwna symbolika jaką posługiwał się oraz problematyka znajdująca się na pograniczu matematyki i zarazem filozofii. Jak sam Frege dowcipnie zauważa, pism jego nie czytali ani filozofowie-logicy, bo znajdowali w nich matematyczne znaki, ani matematycy, gdyż spotykali obok arytmetyki wiele pojęć niematematycznych (*Grundgesetze,* I, wstęp). Z pierwszych recenzentów *Begriffsschschrift* najwięcej pojął Fregego Schröder, ale — jak mówi sam Frege (*Ueber den Zweck,* 10) — i on nie zrozumiał celu tego dziełka. Mówił wprawdzie obszernie, ale mało wnikliwie. Zresztą i później nie wszyscy zrozumieli i docenili Fregego, jak np. Smart (zob. recenzję jego pracy napisaną przez Churcha).

W pierwszych dwu dziedzinach warto wymienić logików polskich (zwłaszcza St. Leśniewskiego i J. Łukasiewicza) i szkołę H. Scholza (Fr. Bachmann, H. Hermes, K. Schröter), która interesowała się nadto niewydanymi manuskryptami Fregego. Logice języka poświęcili natomiast wiele uwagi: A. Church, K. Schröter, R. Carnap (który podobno słuchał wykładów Fregego) i W. V. Quine. Zresztą nikt zajmujący się dziś semantyką nie pomija Fregego. Warto dodać, że nawet filozofia naszego logika doczekała się kilku opracowań: W. Papst, *Gottlob Frege als Philosoph*, Berlin 1932; Ch. Perelmann, *Metafizyka Fregego*, „Kwart. Filoz.", XIV (1937); tenże: *O filozofii Fregego*, „Ruch Filoz.", XIV (1938); P. F. Linke, *Gottlob Frege als Philosoph*, „Zeitschrift für philos. Forschung", I (1946-7).

Wskaźnikiem dużej wartości oraz atrakcyjności nauki Fregego są ostatnie nowe wydania i przekłady głównych jego prac. M. Black przełożył i poprzedził wstępem *Über Sinn* w „The Philos. Reviev", LVII (7948). W tymże czasopiśmie LIX (1950) przełożono §§ 86 — 137 drugiego tomu *Grundgesetze*. L. Geymonat w *Aritmetica e logica*, Turin 1948, przełożył, zaopatrzył we wstęp i uwagi wszystkie najciekawsze ustępy z prac Fregego. H. Feigl i W. Sellars opublikowali przekład *Über Sinn w* „Readings in Philosophical Analysis", (New-York 1949). J. L. Austin sporządził niemiecko-angielskie wydanie *Die Grundlagen* (Oxford 1950). P. Geach i M. Black wydali po angielsku w *Translations from the philosophical writings of Gottlob Frege*, Oxford — New-York 1952, część *Begriffsschrift, część Grundgesetze, Über Sinn* i inne bardziej interesujące wyjątki z pism Fregego.

Mimo wszystko mamy jeszcze zbyt mało opracowań monograficznych, które by mogły przedstawić systematycznie całkowity dorobek Fregego oraz jego wielką rolę w rozwoju współczesnej logiki. A przecież jest on „tym przedstawicielem nowszych czasów, który — jak mówi w swych *Elementach* Łukasiewicz — najgłębiej dotknął i najsubtelniej rozwiązał zagadnienia leżące u jej podstaw". Dlatego wydaje się celowym podjęcie próby systematycznego przedstawienia jednego z naj-

bardziej ważnych działów pionierskiego dorobku Fregego — logiki zdań, ze szczególnym uwzględnieniem jej strony metodologicznej.

O ile mi wiadomo, tak postawiony temat nie został, jeśli pominiemy przygodne uwagi w tym przedmiocie, opracowany. Oprócz Russella (w *The Principles — Appendix A*), Jourdaina (w „The Quart. Journal of Pure and App. Math.", 1912 r.), Łukasiewicza i Jörgensena (w I t. *A treatise of formal logic*) o Fregego logice zdań pisali: Schröter, Smart i Korcik. Prace te jednak stawiały sobie odmienne zadanie i obracały się zasadniczo koło innych zagadnień.

Logikę zdań przedstawił Frege przede wszystkim w *Begriffsschrift*. Poglądy naszego logika uległy jednak później pewnemu uzupełnieniu i zmianom. Przynajmniej pośrednio dotyczyło to i logiki zdań. Dlatego uwzględnię także problemy, a co za tym idzie i te prace Fregego, które nie zajmują się wprost logiką zdań, ale treściowo z nią się wiążą.

§ 1. ZDANIE I ZWIĄZKI MIĘDZYZDANIOWE

Frege formułuje pojęcie zdania w logice nie nawiązując wyraźnie do żadnego z logików wcześniejszych. Nie zna np. swoistych w tej materii i ważnych dla współczesnej logiki analiz B. Bolzano.

W *Begriffsschrift* zdanie (*Satz, Umstand*) stanowi zgodnie z arystotelesowską tradycją wyrażenie o treści podlegającej osądowi czyli będącej prawdą albo fałszem (nieprawdą). Nie każde przeto zdanie gramatyczne jest zdaniem logicznym, ale tylko takie, które posiada wartość logiczną *(Wahrheitswert)* czyli jest prawdziwe albo nieprawdziwe. Dokładniejszą charakterystykę zdania umożliwiło naszemu logikowi dopiero słynne rozróżnienie oznaczania (*Bedeutung*) i znaczenia czyli sensu (*Sinn*) znaków [3], dokonane w r. 1892. Frege nie definiuje wy-

[3] *Bedeutung* przekłada Russell jako *indication*, Carnap — *nominatum*, Church — *denotation*, Quine — *desygnation*, a Black jako *reference*. Nato-

raźnie znaczenia i oznaczania. Stara się tylko przy pomocy przykładów i objaśnień uprzystępnić te terminy. Znak samodzielny obok tego, że oznacza (wskazuje, prezentuje) swój desygnat posiada jeszcze znaczenie. Stanowi je sposób (środek), wedle którego jest oznaczany desygnat. Znaczenie — to coś będące jakby między desygnatem a przedstawieniem desygnatu; nie jest objektywne jak cecha desygnatu, ale i nie stanowi czegoś subiektywnego jak przedstawienie [4]. Nie wydaje się jednak słuszna teza wysunięta przez Wienpahla w interesującym artykule: *Freges „Sinn und Bedeutung"*, że znaczeniem znaku jest zespół jego fizycznych właściwości (488).

Niewątpliwie takie formalistyczne ujęcie było obce Fregemu. Żadną miarą nie da się też pogodzić z dalszymi wypowiedziami naszego logika, a rozpatrywane samo w sobie prowadzi do dziwnych, jeśli nie sprzecznych konsekwencji.

Przekonywujący jest Fregego dowód potrzeby rozróżniania oznaczania i znaczenia odnośnie do nazw. Mogą przecież różne nazwy oznaczać to samo, a mimo to mieć odmienny sens. W matematyce np. 5 — 2 oznacza to samo, co 9 : 3, mianowicie liczbę 3, ale obie porównywane nazwy znaczą co innego. Pierwsza — odejmowanie od liczby 5 liczby 2, druga zaś — dzielenie liczby 9 przez liczbę 3. Odróżnienie atoli oznaczania i znaczenia odnosi się wedle naszego logika nie tylko do nazw, lecz także i do zdań.

Dawniej wyróżniał Frege w zdaniu treść i wartość logiczną. Teraz, biorąc pod uwagę treść zdania, ciekawie oddziela samą myśl (*Gedanke*) będącą znaczeniem zdania oraz wartość logiczną (*Wahrheitswert*), którą zdanie oznacza. *Gedanke* jest

---

miast *Sinn* ogólnie tłumaczy Russell jako *meaning*, *connotation*, a Church (i inni) — *sense*. Ściśle mówiąc Fregego *Sinn* jest znaczeniem nazwy, a nie znaczeniem jakiegokolwiek wyrażenia.

[4] *Über Sinn*, 27 n. Por. *Über Begriffsschrift*, 196, *Grundgesetze*, I, wstęp. Warto może dodać, że Frege zdaje sobie sprawę, iż znaki przedmiotów podpadających pod zmysły wywołują nadto wyobrażenie oraz posiadają treść (zbiór cech przedstawienia przedmiotu). Nie są to jednak ściśle językowe role nazwy.

tym dla zdania czym *Sinn* dla nazwy. Stanowi intersubiektywną myśl związaną ze zdaniem (*nicht das subiektive Tun des Denkens, sondern dessen Obiektiven Inhalt, der fähig ist, gemeinsames Eigentum von Vielen zu sein* — *Über Sinn*, 32) coś, co może być prawdziwe (*etwas, bei dem überhaupt Wahrheit in Frage kommen kann* — *Der Gedanke*, 60).

Posługując się terminologią Ajdukiewicza można powiedzieć, i to z dużą dokładnością, że *Gedanke* to tyle, co sąd logiczny. W języku angielskim oddaje się zazwyczaj termin *Gedanke* przez *proposition*, które jednak rozumie się czasem nominalistycznie, a mianowicie jako klasę zdań, posiadających to samo znaczenie (Russell i Quine). Trzeba nadto dodać, że *proposition* bywa niekiedy rozumiane zupełnie inaczej, po prostu jako „zdanie oznajmujące". Ale nawet przy rozumieniu *proposition* jako jakiegoś odpowiednika Fregego *Gedanke* przypisuje się desygnatowi *proposition* niewłaściwy charakter: bądź zbyt subiektywny (np. dawniej Russell), bądź zbyt obiektywny (np. Carnap), bądź nawet wprost utożsamia się prawdziwe *proposition* z faktem.

Wartość logiczna stanowi zwyczajnie (tj. w mowie niezależnej) desygnat zdania. A więc prawda lub fałsz to jakieś przedmioty, które są prezentowane przez zdanie logiczne. Przejawia się tu przesadny realizm pojęciowy na wzór platońskiego, głoszący, że istnieją realne przedmioty odpowiadające pojęciom ogólnym, a nawet — przedmioty idealne.

Interpretacja wypowiedzi *Grundgesetze* (I, 17), że dla Fregego prawda to klasa wszystkich zdań prawdziwych, nie jest trafna. Przejawia się tu bowiem formalizm i nominalizm, kierunki zupełnie obce naszemu logikowi.

Charakteryzując bliżej desygnat zdania, Frege stwierdza, że może on ulegać zmianie zależnie od kontekstu. Jeżeli mianowicie zdanie logiczne występuje w mowie zależnej, to jego desygnatem staje się *Gedanke* [5].

---

[5] *Über Sinn*, 28; *Grundgesetze*, I, wstęp.

Ta oryginalna Fregego teoria znaczenia, a zwłaszcza — oznaczania zdań wywołała bardzo żywą i do dziś trwającą dyskusję. Nie tylko dyskutuje się genezę i wartość tej teorii, przeprowadza się jej pewne modyfikacje, ale do chwili obecnej można znaleźć w tej sprawie wiernych zwolenników i kontynuatorów Fregego (Scholz, a zwłaszcza Church).

Jaka jest geneza niewątpliwie interesującego rozróżnienia w zdaniu znaczenia i oznaczania? Nie wydaje się, że jest to aplikacja zaznaczonego już w logice Port-Royal rozróżnienia treści i zakresu, czy też konotacji i denotacji Milla [6]. Znaczenie u Fregego różni się zasadniczo od treści względnie konotacji tym, że zupełnie nie wiąże się jak one z cechami przedmiotu. Natomiast jest uzależnione od kształtu znaków, do którego przywiązane jest określone rozumienie. Pomimo, że już w *Begriffsschrift* została oddzielona treść w zdaniu, to przecież później zostało to zarzucone. Nasz logik traktował bowiem, jak przystało na matematyka, zarówno nazwy jak i zdania przede wszystkim zakresowo. Tworząc rachunek logiczny, chciał nadać mu naprawdę rachunkowy charakter, co łatwiej mógł osiągnąć, traktując i zdanie jako pewnego rodzaju nazwę, mianowicie — nazwę wartości logicznych. Nadto Frege tak ujmował zdanie, co okazuje się również przy charakterystyce funkcji propozycjonalnej, że jest ono tworem złożonym między innymi z nazwy czy też nazw. Narzucała się stąd konsekwencja, że skoro składniki zdania posiadają desygnaty, to i samo zdanie powinno mieć jakiś desygnat. Dlatego to w *Über Sinn* (32 i 36) dochodzi do stwierdzenia, że desygnat zdania nie ulegnie zmianie, jeśli nazwy będące składnikami tego zdania zamieni się na inne nazwy, nawet o różnym znaczeniu, byle o tym samym oznaczaniu. Daje to zarazem metodę stwierdzenia, kiedy nazwy są równooznaczające (posiadają ten sam zakres): wtedy mianowicie, gdy można je zastąpić w zdaniu bez zmiany jego wartości logicznej (*salva veritate*).

---

[6] Por. Church: recenzja Carnapa, *Introduction to Semantics*; Carnap, *Meaning*. 126 n.

Jakie zarzuty wysunięto przeciw Fregego teorii oznaczania zdań? Niewątpliwie potraktowanie prawdy i fałszu jako desygnatów zdania logicznego budzi opór intuicji. Trudno pogodzić się z tym, że wartości logiczne są przedmiotami wskazywanymi (prezentowanymi) przez zdanie. Istnieją wprawdzie i inne próby przypisania zdaniom jakichś desygnatów, w różnym zresztą tego słowa sensie. Wcześniej zrobił to Bolzano (*Satz an sich*), a potem A. Meinong (obiektyw), Wittgenstein (*state of affaires*), Cohen-Nagel (*obiective meaning*), czy nawet Carnap (*proposition*). Jednak Fregego teoria oznaczania jest bardziej radykalna, choć przy tym więcej pociągająca. Wysunięto przeto przeciw niej wiele zastrzeżeń formalnych.

Russell uważa, że twierdzenie, jakoby wartość logiczna zdania nie ulegała zmianie, jeśli nazwy w nim występujące zastąpi się innymi nazwami to samo oznaczającymi, prowadzi do sprzeczności. Okaże się to gdy w zdaniu: Jerzy IV chce się dowiedzieć, czy W. Scott był autorem *Wawerleya*, zastąpimy „W. Scott" przez „autor *Wawerleya*". Wobec tego należy ograniczyć zastępowanie równooznaczających nazw w zdaniu. Zastosować się trzeba przy tym do wskazań teorii deskrypcji [7].

Takie zastępowanie nazw w zdaniu ogranicza (choć w mniejszym stopniu) również Quine. Nie wolno zastępować nazw w nieekstensjonalnym kontekście, bo zdanie nie może wtedy w pełni oznaczać. W kontekście ekstensjonalnym zastępowanie nazw równooznaczających nie doprowadza do sprzeczności. Trzeba dodać, że Quine modyfikuje nadto Fregego pojęcie znaczenia i oznaczania zdań. Ulega przy tym wpływom nie tylko Fregego, lecz także i szkoły Hilberta.

Carnap w *Meaning* (129—49) zajmuje się obszernie omawianą sprawą. W teorii oznaczania u Fregego widzi między innymi następujące trudności:

a) to samo wyrażenie może posiadać zależnie od jego użycia wiele zupełnie różnych desygnatów,

---

[7] Por. *On Denoting*, 485; Quine, *Notes*, 115 i 121; Carnap, *Meaning*, 133—4 i 140.

b) zachodzi możliwość zwielokrotnienia nazw w tym samym typie (zarzut ten nie wydaje się słuszny, bo nie zachodzi tu gatunkowa tożsamość desygnatów),
c) modyfikacja desygnatu przez kontekst prowadzi do wieloznaczności terminu desygnat, albo wymaga skomplikowanych restrykcji.

Wszystkich tych trudności zdaniem Carnapa można uniknąć posługując się pojęciem *intension* i *extension* zamiast pojęć znaczenia i oznaczania zdań. Odpadnie wtedy pojęcie desygnatu, a każde wyrażenie zarówno poza kontekstem jak i w kontekście posiadać będzie to samo *intension* i *extension*.

Church w recenzji Carnapa *Introduction to semantics* oraz Quine'a *Notes on existence* uważa mimo wszystko za najbardziej intuicyjną i słuszną Fregego teorię oznaczania. Ujęcie Russella wydaje mu się nie dość jasne, a przy tym nie znajduje pokrycia intuicyjnego. Antynomia słynnego przykładu o autorze *Wawerleya* płynie po części z pomieszczenia używania wyrażeń z przytaczaniem wyrażeń. Również rozwiązanie Quine'a niepotrzebnie ogranicza funkcję oznaczania przysługującą zdaniom. Fregego ujęcie znaczenia zdania jest o wiele naturalniejsze i odpowiedniejsze dla teorii języka niż skonstruowane nominalistycznie *meaning*. Church sądzi, że problem, co jest desygnatem wyrażenia w kontekście intensjonalnym, można rozwiązać tylko na sposób Fregego, względnie przy pomocy teorii deskrypcji Russella. Zarzuty przeciw Fregemu nie są tego rodzaju, aby nie udało się utrzymać tezy, że w mowie zależnej desygnatem zdania nie jest wartość logiczna, lecz zwykły jego sens. Church uzupełnia jednak naszego logika, ograniczając to twierdzenie tylko do zdań nie ekstensjonalnych (i modalnych). Uważa, że w dobrze skonstruowanym języku można uniknąć (np. posługując się precyzyjnie cudzysłowem) wielości desygnatów dla tego samego zdania, używanego w kontekście i poza kontekstem.

Korzystając z plonu przedstawionej (krótko i pobieżnie) dyskusji, wydaje się, że można poczynić następujące uwagi, które zamkną nasze rozważania w tym przedmiocie:

a) Fregego teoria oznaczania zdań niewątpliwie budzi sprzeciw naszej intuicji. Trudno przecież pogodzić się z tym, że prawda to nie właściwość zdania, ale jego desygnat i to tak, jak przedmiot jest desygnatem nazwy.
b) Mimo to rozwiązanie naszego logika jest możliwe do przyjęcia we współczesnej logice (czego dowodem Church i Hermes-Scholz) a nawet pozwala w dość prosty sposób ujednolicić logikę zdań i logikę nazw.
c) Semantyka Fregego nie ustępuje pod względem precyzji i operatywności w sposób widoczny semantyce innych autorów.
d) Rozstrzygnięcie poruszanych zagadnień wymaga dyskusji w sprawie założeń filozoficznych rozwiązujących teorii.

Zdanie logiczne (*Behauptungssatz*) pojął więc ostatecznie Frege jako znak lub zespół znaków, których znaczeniem jest jakaś myśl a desygnatem prawda albo nieprawda [8].

Obok tego wprowadza pojęcie zdania logicznego uznanego — *Urtheil*. Można by to wyrazić polskim terminem przekonanie (po ang.: *belief-sentence*), sąd psychologiczny (w sensie Ajdukiewicza nie zaś jako czynność przejścia od stanu nieprzeświadczenie do stanu przeświadczenia). Ściśle jednak *Urtheil* (po odróżnieniu znaczenia i oznaczania) to nie tylko samo uchwycenie myśli, lecz także i uznanie jej prawdziwości [9]. Stąd *Urtheil* najwygodniej było by zastąpić terminem teza.

Zdanie logiczne, które stanowi *Urtheil* poprzedzone jest specjalnym symbolem (*Urtheilsstrich*), który przez późniejszych logików nazwany został znakiem asercji, albo po prostu asercją (co nie jest poprawne, bo „asercja“ ściśle znaczy tyle, co „twierdzenie“). Symbol asercji przejęły *Principia mathematica*, a potem i inni logicy. Sensu jego dostatecznie jednak nie wyjaśniono. Sam Frege niejasno łączy znak asercji ze zdaniem.

---

[8] *Über die Begriffsschrift*, 371. Por. *Über Sinn*, 30 n.; *Grundgesetze*, I, wstęp; *Über die Grundlagen*, 377; *Der Gedanke*, 60.

[9] *Über Sinn*, 34; *Grundgesetze*, I, 9 i 44; *Logische Untersuchungen*, 38.

Uważa go w *Begriffsschrift* (4) za symbol orzeczenia dla następującego po nim napisu zdaniowego będącego podmiotem. Ma więc charakter metateoretyczny. Należało by go przeto czytać: „jest tezą" albo „jest tautologią" [10]. W takiej roli występuje on zazwyczaj we współczesnej logice. Stanowi wygodny i krótki sposób oznaczania tezy. Niekiedy jednak traktuje się go jako prawdziwościowy funktor jednoargumentowy, dający zawsze funkcję o takiej samej wartości logicznej jaką posiada argument (np. w *Logice* Czeżowskiego, 21). Takiego rozumienia znaku asercji można by doszukać się i w *Begriffsschrift* (3—4). Jest on tam objaśniany bowiem zwrotem: jest faktem, że... Nie zgadzałoby się to jednak z *Grundgesetze* (I, 9), gdzie jako taki funktor prawdziwościowy wyraźnie występuje pozioma kreska (*Wagerechte*). Zresztą znak asercji w takiej roli nie wydaje się znowu ani naturalny, ani zbyt przydatny. Wielu logików (np. Padoa, Wittgenstein, Sleszyński, Leśniewski, Chwistek, później Łukasiewicz) uważało, że znak asercji jest w ogóle niepotrzebny.

Frege sądzi, że przy logicznej analizie struktury zdania nie ma potrzeby mówić o podmiocie i orzeczeniu. Na to miejsce natomiast należy wprowadzić pojęcia argumentu i funkcji. Na podstawie wypowiedzi ze wstępu do *Begriffsschrift* ten ostatni termin znaczy tu tyle co współcześnie funktor. Nasz logik stwierdza też, że każde zdanie jest przypadkiem jakiejś funkcji od pewnego argumentu względnie argumentów [11]. Taka charakterystyka struktury zdania przyjęta została przez logikę współczesną, a Fregemu pozwoliła już w r. 1879 zbudować zupełnie nowocześnie zarys rachunku funkcji propozycjonalnych. Do pojęcia funkcji propozycjonalnej dochodzi nasz logik przez zamianę w zdaniu argumentu nazwowego na zmienną nazwową, która reprezentuje nazwy tego samego typu (*gleichen Ranges*). Funkcja bywa jednoargumentowa (wyraża właściwość) i dwuargumentowa (wyraża relację), a nadto może stać się argumentem innej funkcji. I jeszcze jedna uwaga związana z funkcją

---

[10] Por. *Begriffsschrift*, 26; *Grundgesetze*, I, 44.

[11] *Begriffsschrift*, 16.

zdaniową. Termin funkcja występuje w *Begriffsschrift* jako nazwa pewnego rodzaju wyrażenia, mianowicie ściśle — funktora, a szerzej — funkcji propozycjonalnej. Natomiast już w *Function und Begriff* (6), a potem już w I tomie *Grundgesetze* „funkcja", to nazwa pewnego bytu określonego właśnie przez takie wyrażenie. Jest nim mianowicie dla funkcji propozycjonalnej właściwość, a dla funkcji deskryptywnej (*Gegenstandsfunktion*) — rzecz.

Jeśli chodzi o używane podziały zdań, to nie wszystkie one są przydatne w logice. Tylko w gramatyce może mieć sens odróżnianie zdań kategorycznych, hipotetycznych, rozjemczych... W logice natomiast trzeba oddzielić zdania apodyktyczne i problematyczne od asertorycznych, a zwłaszcza — analityczne od syntetycznych.

Zdanie analityczne pojął Frege szerzej niż Kant. Określił je po myśli Leibniza jako takie zdanie, które dowodzone jest dedukcyjnie w oparciu jedynie o definicję. Zdaniem analitycznym będzie więc i zasada indukcji (przeczył temu Kant) [12].

Ze względu na treść dzieli Frege zdania na zdania o treści ogólnej i szczegółowej oraz twierdzącej i przeczącej. Przyjmuje tradycyjne cztery typy zdań i podaje ich precyzyjne określenia przy pomocy funkcji propozycjonalnej, kwantyfikatora dużego oraz negacji i implikacji. Definicje te wyrażone w symbolice Łukasiewicza wyglądają tak [13]:

SaP = (x) CSxPx   SiP = N (x) CSxNPx
SeP = (x) CSxNPx   SoP = N (x) CSxPx

Do przedstawienia logiki podchodzi Frege od strony językowej, charakteryzując najpierw symbolikę logiczną.

Odróżnia, analogiczne jak się to robi w matematyce, znaki zmienne (o nieokreślonej treści) i stałe (o treści określo-

---

[12] *Begriffsschrift*, 4 i 56; *Grundlagen*, 4—5. Por. *Smart, Freges Logic*, 496—7.

[13] *Begriffsschrift*, 23—4; *Grundgesetze*, I, 24—5. Zdawał sobie również sprawę z modyfikacji, jakie wypływają dla tych zdań z przyjęcia klas pustych. Niesłusznie więc twierdzi Chwistek (*Granice nauki*, 102), że dopiero Russellowi zawdzięczamy krytyczną analizę schematów Arystotelesa.

nej). Jedne i drugie definiuje zupełnie zgodnie ze współczesnym sposobem ich pojmowania [14].

Frege nie podaje z góry jakie litery reprezentować będą różne rodzaje wyrażeń. Atoli przeważnie w formułowaniu praw logiki używa małych liter początku alfabetu łacińskiego jako zmiennych zdaniowych [15]. Natomiast, omawiając przykłady implikacji, wyjaśniając regułę odrywania, posługuje się dla reprezentacji zdań dużymi literami początku alfabetu greckiego [16]. Kwantyfikatorów wiążących zmienne zdaniowe nie używa. Posługuje się nimi jednak w rachunku nazw wyłożonym już w *Begriffsschrift* i to tak, że uważa się, iż Frege pierwszy wprowadził kwantyfikator do logiki w współczesnym sensie.

Symbole stałe używane w logice charakteryzuje Frege od strony ich sensu. Służą one mianowicie w logice zdań do wyrażania czy to stosunków jakie zachodzą między zdaniami, czy też uznania zdań (znak asercji). Prawa logiki zdań wyrażają bowiem pewnego rodzaju związki między myślami *(Gedankengefüge)* [17].

Autor *Begriffsschrift* wyjaśnia te związki w oparciu o cztery możliwe relacje, jakie mogą zachodzić między dwoma sądami logicznymi (początkowo pisał — „między treściami zdaniowymi") ze względu na ich prawdziwość albo nieprawdziwość:

A i B
A i nie B
nie A i B
nie A i nie B

---

[14] *Begriffsschrift*, 1; *Grundgesetze*, I, wstęp; *Was ist eine Function*, 60 n.; Można nawet powiedzieć, że Frege pierwszy wyjaśnił i zanalizował pojęcie zmiennej, zwłaszcza w związku z kwantyfikatorem.

[15] Niekiedy (np. *Begriffschhrift*, 50; *Grundgesetze*, I, 65—7) używa tych liter także jako zmiennych nazwowych. Por. *Über die Begriffsschrift*, 377—8.

[16] *Begriffsschrift*, 5—24; *Grundgesetze*, I, 26—30. Duże litery greckie mogą reprezentować nazwy jakichkolwiek przedmiotów (*Grundgesetze*, I,9).

[17] Analizie tych związków poświęcił specjalnie Frege trzy ostatnie swe prace.

Użyty przed zmiennymi zdaniowymi termin n i e, nazwany przez Fregego zaprzeczeniem (*Verneinung*) zdania (ściślej, początkowo zaprzeczeniem treści, a potem — sądu logicznego), jest potraktowany w *Begriffsschrift* mniej wyraźnie jako funktor prawdziwościowy niż implikacja. Dlatego to chyba pominięte zostało objaśnienie sensu zaprzeczenia. Przyczyniło się do tego może i to, że sens negacji jest bardziej zrozumiały i zgodny ze znaczeniem potocznym. Nie potrzebował więc wyjaśniać nasz logik jak funktor ten zmienia wartość logiczną sądu. W każdym razie już w I tomie *Grundgesetze* (10) zaprzeczenie zostało scharakteryzowane wyraźnie jako funktor prawdziwościowy.

Z przedstawionych wyżej czterech elementarnych związków można budować wszystkie prawdziwościowe związki międzyzdaniowe. Frege uważa za najbardziej wygodną taką podstawową relację, która obejmuje zarazem pierwszy, trzeci i czwarty przypadek. Będzie to funkcja wyrażająca związek warunkowy (*Bedingtheit*), nazywana powszechnie implikacją. Nie bierze się tu pod uwagę związku treściowego i dlatego wyrażony w implikacji związek warunkowy nie pokrywa się ze zdaniem hipotetycznym (warunkowym). Implikację symbolizuje Frege w sposób oryginalny pionową kreską łączącą dwie poziome kreski: ──┬── B
    └── A
Symbol ten czyta się: jeżeli A to B, gdzie „A" i „B" reprezentują takie zdania logiczne, że nigdy nie jest tak, iż A jest prawdziwe zaś B fałszywe. Kreska pozioma przy zdaniu A jest symbolem sensu (w *Begriffsschrift* treści) zdania A, a kreska pozioma przy zdaniu B na prawo od linii pionowej jest symbolem sensu (treści) zdania B. Biegnąca natomiast na lewo od pionowej symbolem sensu (treści) całego zdania złożonego. Symbolem przeto samego funktora implikacji jest kreska pionowa [18].

---

[18] Później kreska pozioma (*Wagerechte*) stanowi jednoargumentowy funktor prawdziwościowy tworzący zawsze funkcję o wartości logicznej takiej jak jej argument (*Function und Begriff*, 21; *Grundgesetze*, I, 9). Dlatego że nie zmienia wartości argumentu (—A = A) funktor ten może być pominięty. Frege w *Begriffsschrift* nie zajmuje się pojęciem implikacji formalnej. Czyni to dopiero w dyskusji z Peano (*Über die Begriffsschrift*,

Gdy trzeba zaznaczyć negację któregoś ze zdań, to używa się krótkiej pionowej kreseczki *(Verneinungsstrich)*, doczepionej od dołu do poziomej linii sensu tegoż zdania. A więc zdanie: nie jest tak, że jeśli nie A, to B, zapiszemy: B A

Frege wyraźnie zaznacza, że przy pomocy implikacji oraz negacji przyzdaniowej można określić inne związki prawdziwościowe między myślami. Przykładowo poprawnie definiuje: alternatywę, dyzjunkcję Scheffera, koniunkcję i jednoczesne zaprzeczenie (ani... ani...) [19]. Zaznacza też (a później daje poprawne przykłady), że można również zdefiniować wszystkie inne związki prawdziwościowe przy pomocy koniunkcji i negacji przyjętych jako pojęcia podstawowe [20]. Definiens definicji np. implikacji przy pomocy koniunkcji i negacji wygląda tak: { B A

Funktorem koniunkcji jest lewy nawias (sześcienny). Kreski poziome oraz symbole negacji użyte są tu tak, jak przy implikacji.

W *Begriffsschrift* (15) występuje i równoważność. Frege pierwszy używa jako jej symbolu trzech poziomych kresek. Znak ten rozumie początkowo jako tożsamość treści (*Inhaltsgleichheit*) a potem, po rozróżnieniu znaczenia i oznaczania jako identyczność oznaczania. Symbolem jej zamiast trzech stają się dwie kreski (znak równości) [21]. Celem tej zmiany było dla naszego logika ujednolicenie matematycznych i logicznych symboli równości. Nie zwracał przy tym uwagi na odmienność

371—7). Zarzuca mu właśnie nie dość jasne określenie symbolu implikacji, a zwłaszcza przy użyciu go przy implikacji formalnej, gdzie nie uwzględnił należycie kwantyfikatora. Warto porównać w tej sprawie Russella *Principles* (11—15). Istnieją drobne różnice w sposobie wyjaśniania implikacji u Fregego, Peano i Russella. Nasz logik zajmuje się też implikacją ścisłą. Różnice między implikacją materialną a ścisłą widzi między innymi w tym, że pierwsza jest związkiem sądów logicznych (*Gedankengefüge*), w którym występują trzy różne sądy logiczne, a druga — związkiem zdań (*Satzgefüge*), w którym jest tylko jedna myśl (sąd logiczny). Zob. *Logische Untersuchungen*, 46—7.

[19] *Begriffsschrift*, 10—12; *Über Zweck*, 6—7; *Grundgesetze*, I—21.

[20] *Begriffsschrift*, 13; *Logische Untersuchungen*, 40—9.

[21] *Über Sinn*, 26; *Grundgesetze* I, 7, 9 i 44 n.

identyczności oznaczania jaka zachodzi dla nazw, zdań, czy wreszcie funkcji zdaniowych. W logice zdań równoważnością prawie nie posługuje się. Tylko we wstępie do *Begriffsschrift* zauważa, że dwa implikacyjne prawa podwójnego przeczenia można zapisać w postaci jednej równoważności (ENNpp). Nadto w *Grundgesetze* (I, 69) przy formułowaniu pewnej tezy pomocniczej z logiki zdań używa tego symbolu.

Jak z powyższego przedstawienia widać, Frege poprawnie pojmuje funktory prawdziwościowe i ich wzajemne związki. Zastępowanie wzajemne funktorów prawdziwościowych opiera na jednakim przebiegu wartości logicznej (*Wertverlauf)* funkcji, w których występują. Chodzi tu po prostu o jednakowy zakres funkcji zdaniowych, tzn. gdy dla tych samych argumentów mają tę samą wartość logiczną [22]. Nie podał wprawdzie nasz logik wyraźnie matryc poszczególnych funktorów, ale zupełnie „matrycowo" je scharakteryzował. Omówił też w *Begriffsschrift* (13) stosunek funktorów prawdziwościowych do spójników języka potocznego, zaznaczając, że niektóre z tych ostatnich (np. *aber)* nie dadzą się wyrazić ściśle przy pomocy funktorów prawdziwościowych.

Dziś natomiast uważa się za Carnapem, że wyrażenia, zawierające nieprawdziwościowe funktory od samych argumentów zdaniowych można zamienić na wyrażenia o charakterze ekstensjonalnym. Frege ma jednak rację o tyle, że nie mówi się tu o ścisłej przekładalności funktora języka potocznego na odpowiedni funktor logiki. Ale w takim razie można by powiedzieć, że żaden funktor prawdziwościowy nie jest równoznaczny z odpowiadającym mu funktorem języka potocznego. Przecież nawet funktor koniunkcji nie jest używany w logice ściśle w takim samym znaczeniu jak „i" w języku potocznym, gdzie pełni ono rolę nie tylko funktora prawdziwościowego, ale i nieprawdziwościowego. Używane bywa bowiem nie tylko w wypadku połączenia dwóch zdań prawdziwych, ale zawsze i wtedy jedynie, gdy treści tych zdań mają między sobą jakiś związek,

---

[22] *Grundgesetze* I, 7.

łączą się w jakiś sposób ze sobą. Język potoczny jest nieekstensjonalny, czyli treściowy w tym sensie, że choć zawiera niektóre wyrażenia ekstensjonalne, to zarazem nadto każde takie wyrażenie zawsze jest intensjonalne. Oczywiście nie przeszkadza to, że przy pomocy funktorów ekstensjonalnych można wyrazić wszystkie związki prawdziwościowe zachodzące między wyrażeniami języka potocznego, co zdaje się miał na uwadze Carnap.

§ 2 SYSTEM AKSJOMATYCZNY LOGIKI ZDAŃ

Logikę zdań we współczesnej postaci stworzył autor *Begriffsschrift*. Pierwszy w czasach nowożytnych przedstawił bowiem logikę zdań w postaci systemu dedukcyjnego i to o wysokich walorach metodologicznych [23]. Godne jest przy tym uwagi to, że nasz logik nie miał właściwie poprzedników. Nie nawiązał też do wyników algebry logiki, chyba o tyle, że uznał niemożliwość osiągnięcia pozytywnych rezultatów na jej drodze.

System dedukcyjny pojął Frege w głównych zarysach na wskroś nowocześnie. Jest to zbiór zdań — tez, z których pewne przyjęte są bez dowodu (aksjomaty), a wszystkie inne (twierdzenia), na podstawie tamtych bezpośrednio lub pośrednio niezawodnie uzasadnione przy pomocy zupełnych dowodów. Podkreślił też wyraźnie, że celem pierwszorzędnym systemu dedukcyjnego nie jest przekonywanie o prawdziwości twierdzeń, lecz ich uporządkowanie i wykazanie istniejących między nimi związków inferencyjnych [24].

Systemowi dedukcyjnemu nadaje Frege postać aksjomatyczną [25]. Nie mniej jednak dokładnie formułuje prawie wszystkie

---

[23] *Begriffsschrift*, 26—50. Por. Łukasiewicz — Tarski, *Untersuchungen*, 34—5; Łukasiewicz, *Z historii*, 421.

[24] *Begriffsschrift*, 25; *Grundgesetze*, I, 60—1; *Über die Begriffsschrift*, 363:... *kommt es aber nicht nur darauf an, dass nun sich von der Wahrheit des Schlusssatzes überzeuge... sondern man muss sich auch zum Bewusstsein bringen, wodurch diese Überzeugung gerechtfertig ist, auf welchen Urgesetzen sie beruht.*

[25] *Über den Zweck*, 7; *Grundgesetze*, I, 6.

reguły systemu, przez co dowody są zupełne i formalne. Nie abstrahował tylko Frege od sensu intuicyjnego terminów pierwotnych i dlatego nie można nazwać jego systemu w ścisłym sensie sformalizowanym [26].

Logikę zdań przedstawił Frege w postaci systemu aksjomatycznego absolutnego tzn. nie zakładającego żadnego systemu wcześniejszego. Dotąd prawa logiki zdań podawano bądź jako swoiste sylogizmy (średniowieczne *consequentiae*), bądź równolegle z prawami algebry klas (dualna interpretacja wzorów w algebrze logiki), bądź wreszcie suponowano przy ich dowodzeniu pewne prawa matematyczne. System logiki zdań Fregego ma postać rachunku, i to nie jako konkretnego rachunku wyrażeń, lecz jako rachunku desygnatów tych wyrażeń [27]. Jest to właściwie rachunek dwu wartości logicznych: prawdy i fałszu (nieprawdy). Ponieważ posługuje się tylko dwoma funktorami prawdziwościowymi, mianowicie implikacją i negacją, stąd mówi się, że jest to implikacyjno-negacyjny system aksjomatyczny logiki zdań. Zbudowany jest on jednak tak, że oddzielnie są zestawione tezy implikacyjne [28], a oddzielnie implikacyjno-negacyjne. Nadto ten rachunek zdań wraz z rachunkiem funkcji propozycjonalnych potratkowany jest jako jeden system będący bazą dla systemu arytmetyki.

Jeśli chodzi o elementy składowe systemu, to Frege uważał (choć tego nie sformułował) za wyrazy pierwotne wszystkie

---

[26] W latach 1903—8, gdy dyskutował z Hilbertem ostro wystąpił przeciw jego formalizmowi. W *Grundgesetze* nie jest mu obce traktowanie systemu dedukcyjnego jako pewnej gry znakami, to jednak tego rodzaju algorytmów samych dla siebie nie uznaje. Od początku wszakże korzysta ze sformalizowanych dowodów. Jeśli Tarski (*O logice matematycznej*, 95) i Mostowski (*Logika matematyczna*, 229) piszą, iż Frege stworzył pierwszy system sformalizowany to chyba w tym sensie, że pierwszy sformalizował dowody twierdzeń.

[27] W sprawie tego rozróżnienia por. Scholz, *Was ist ein Kalkül*, oraz Carnap, *Introduction to Semantics*.

[28] Nie stanowią one jednak systemu implikacyjnego. Oddzielnie rachunek implikacyjny zaksjomatyzował w oparciu o trzy aksjomaty Bernays i Tarski oraz podając jeden najkrótszy (13 znaków) akcjomat Łukasiewicz Por. Schröter, *Axiomatisierung*, 15.

stałe znaki występujące w systemie a nie zdefiniowane. Byłyby to więc: znak asercji, implikacji i negacji [29]. Asercji, podobnie jak i równości definicyjnej, nie powinno zaliczać się do terminów pierwotnych, bo znaki te nie należą do języka teorii [30]. Dlatego wyrażeniami pierwotnymi w rachunku zdań Fregego są tylko negacja i implikacja. Spełniają one warunek wzajemnej niesprowadzalności i wystarczalności. Frege wprawdzie tych warunków nie wymienił, ale zachował je faktycznie. Niejednokrotnie wyraźnie podkreślał tylko, że wprowadzając do języka systemu znak należy baczyć, by występował on we wszystkich związkach w jednakowym sensie [31]. Frege nie uważa swego układu wyrazów pierwotnych za jedyny, lecz tylko za najodpowiedniejszy do przedstawienia praw wnioskowania potrzebnych w systemie arytmetyki [32].

W systemie logiki zdań nie używa Frege definicji, bo nie wprowadza nowych funktorów prawdziwościowych. Podaje atoli (o czym już wspominano), jak można by zdefiniować niektóre funktory prawdziwościowe, skoro przyjmuje się jako wyrazy pierwotne negację i implikację, albo negację i koniunkcję. Następnie przy czytaniu pewnych tez posługuje się *implicite* tymi definicjami w celu skrócenia długich wzorów i zwiększenia ich intuicyjności [33]. Natomiast w innych syste-

---

[29] *Begriffsschrift*, 5 i 13; *Grundgesetze* I, 9 i 51. Zamiast „wyrazy pierwotne" mówi Frege: *Urzeichen, Urnamen, Urelementen*. Najbardziej może naturalnym układem wyrazów pierwotnych logiki zdań jest koniunkcja i negacja (Bolzano). Alternatywę i nagację wybrały *Principia Mathematica*. Za Fregem w wyborze terminów pierwotnych logiki zdań poszedł Hilbert i Łukasiewicz. Gdy okazano (H. Scheffer, E. Żyliński), że sam funktor tzw. dyzjunkcji Scheffera oraz sam funktor jednoczesnego zaprzeczenia wystarczą do zdefiniowania pozostałych funktorów prawdziwościowych jedno i dwuargumentowych, to przy pomocy pierwszego jako termin pierwotnego zbudował logikę zdań J. Nicod, a przy pomocy drugiego — W. Quine.

[30] Dawniej „pojęcie pierwotne" rozumiano szeroko, zaliczając do jego desygnatów nawet zmienne, np. Lewis — Langford, *Symbolic Logic*, 123.

[31] *Grundgesetze* I, 51—2; *Über die Begriffschrift*, 371.

[32] *Begriffsschrift*, 12—13; *Logische Untersuchungen*, 49.

[33] *Begriffsschrift*, 7, 9, 11, 12, 36 i 45—8.

mach, jak np. w przedstawionej teorii szeregów *(allgemeine Reihenlehre)*, definicje występują wyraźnie i stosunkowo często. Warto powiedzieć o tym szerzej dlatego, że Frege przy tej okazji ciekawie i — jak się zdaje — trafnie wypowiada się o roli definicji w systemie dedukcyjnym.

Naszego logika nauka o definicji wiąże się ze skrupulatnym rozróżnianiem znaczenia i oznaczania wyrażeń. Dlatego wypowiedzi na temat definicji z przed 1892 roku trzeba uzupełnić, względnie skorygować, wedle późniejszego wykładu. Poza tym na ogół odpowiada ujęciu charakterystycznemu dla współczesnych matematyków i logików. Definicja ogólnie jest nie stwierdzeniem ani nawet ustaleniem, lecz ustanowieniem *(Festsetzung)* równości czyli identyczności oznaczania lub znaczenia między wyrażeniami [34]. Zadanie definicji stanowi wzbogacenie języka o nowe terminy. Przez definicję wprowadza się do języka nowy termin skoro określi się, że ma on to samo oznaczanie, albo także i ten sam sens, co wyrażenie złożone ze znanych symboli [35]. W matematyce definicjami są ustanowienia oznaczania słowa (znaku) [36]. Frege już w *Begriffsschrift* (14) podaje szczegółowo omówiony przykład definicji opartej na równości oznaczania.

Ważne jest odróżnienie definicji wyrażeń samodzielnych i niesamodzielnych. W pierwszym przypadku identyczność oznaczania zachodzi między nowym terminem a przyjętymi. Natomiast w drugim — między wyrażeniem, w którym występuje nowy termin, a wyrażeniem zbudowanym ze znaków przyjętych. Gdy będą to funkcje zdaniowe, to zachodząca między nimi identyczność oznaczania będzie polegała na jednakowym przebiegu ich wartości logicznej *(Wertverlauf)* czyli równości zakresu.

---

[34] *Über die Begriffsschrift*, 369; *Über Sinn*, 25; *Grundsetze*, I, wstęp i 7. Por. Dubislav: *Die Definition*, 30 n.

[35] *Über Begriff*, 194; *Grundgesetze*, I, wstęp i 45.

[36] *Über die Grundlagen*, 319; *Die Grundlagen*, 78. Pojęcie oznaczania jest jaśniejsze i precyzyjniejsze niż pojęcie znaczenia i dlatego jest wygodniejsze przy definicjach w matematyce.

Jaką rolę pełnią definicje w systemie dedukcyjnym? Dotąd matematycy uważali, że stanowią one najbardziej naczelne założenia teorii. Posługując się współczesną terminologią, możnaby powiedzieć, że są aksjomatami. Frege jasno i stanowczo przeciwstawia się temu w *Begriffsschrift* (56). W systemie dedukcyjnym definicja jest nominalna [37] i jako taka nie należy do teorii. Zasadniczo różni się od tezy. Celem jej jest skracanie wyrażeń i zwiększenie ich intuicyjności *(äusserliche Erleichterung herbeizuführen... festen Anhalt für die Vorstellung zu gewinnen)*. Nie może mieć charakteru twórczego *(schöpferisch)*, czyli mieć coś z aksjomatu i dlatego teoretycznie nie jest niezbędna w systemie. Skoro jednak definicja — ściślej mówiąc — wyrażenie pełniące rolę definicji określi już nowy termin, to można je wprowadzić do teorii jako tezę [38]. W *Begriffsschrift* odbywa się to prawie automatycznie. Dopiero *Grundgesetze* (I, 62—3) wymieniają wyraźnie dla tej czynności specjalną regułę — Anziehen von Definitionen. Praktycznie jednak i tu cały proces ogranicza się do tego, że poprzedzający definicję symbol (*Definitions-doppelstriches* — znak asercji z dodaną po lewej jego stronie pionową kreseczką) zamienia się na asercję. Takie postępowanie, choć intuicyjnie może przekonywujące, wydaje się niekonsekwentne i niewystarczająco uzasadnione. Z jednej strony definicja nie należy do teorii, a z drugiej — można ją do teorii zupełnie automatycznie wprowadzić.

Otóż sprzeczność jest tu raczej pozorna. Definicja jako definicja, albo lepiej — wyrażenie jako definicja nie należy do teorii, ale gdy już spełni swe zadanie określenia nowego terminu czyli wykona rolę definicji i termin zdefiniowany zostanie przyjęty, to nic nie stoi na przeszkodzie, aby stało się twierdze-

[37] Nie ma jednak formalistycznego charakteru jakiejś nieuwzględniającej znaczenia i oznaczenia *Substitutionsregel über Zeichen* w sensie Dubislava (*Die Definition*, 29 n. i 79 n.).

[38] *Begriffsschrift*, 56 i 58; *Grundlagen*, 78; *Grundgesetze* I, 45 i 70; *Über die Grundlagen*, XII (1903) 320 i 371; *Über die Grundlagen*, XV (1906) 294, 302 i 303.

niem. Nie stanowi tu trudności znak równości definicyjnej, bo jest ona zapisana przy pomocy funktora równoważności, który zalicza się milcząco do terminów przyjętych bez definicji.

Jeżeli stanowisko Fregego można obronić przed zarzutem niekonsekwencji, to jednak nie jest ono dostatecznie uzasadnione. Skoro tylekroć podkreśla się, i to bardzo stanowczo, różnicę między arbitralnie ustanawiającą definicją a stwierdzającą tezą, to na jakiej podstawie przechodzi się od pierwszej do drugiej? Brak wystarczającej racji dla „wciągania“ definicji sprawia, że gubi się tak pomysłowo i nowocześnie wyłożona teoria o metateoretycznym charakterze definicji w systemie dedukcyjnym. Definicja staje się bowiem faktycznie jakby zamaskowanym aksjomatem. Powyższe uwagi wskazują, że trudno znaleźć w tej sprawie u Fregego jednolite i zasadnie przyjęte ujęcie. Przeciwnie, analizując ogólnie zarówno wypowiedzi jak i praktykę naszego logika, możnaby doszukać się — oczywiście w różnym stopniu — prawie wszystkich znanych stanowisk w sprawie roli definicji w systemie dedukcyjnym.

Obok faktycznego (nie teoretycznego!) zbliżenia się do zwyczaju dawniejszych matematyków przyjmowania jakby aksjomatycznie definicji stosowanego w *Begriffsschrift* mamy wypowiedzi stwierdzające, że definicja to nie niezbędny skrót zapisany na marginesie teorii i nie należący do teorii oraz pozbawiony charakteru twórczego. To ostatnie ujęcie wyraźnie podjął potem Russell, Łukasiewicz, Carnap, Kotarbiński, Chwistek... Precyzyjniej sformułowane wyraża się krótko: definicje w systemie dedukcyjnym stanowią znaczkową część reguły zastępowania. Stanowisko dość proste, zgodne z potocznym rozumieniem natury definicji, wygodne w przeprowadzaniu dowodów, ale pociąga za sobą trudności związane z regułą zastępowania, która nie opiera się na żadnym prawie logicznym. Nadto nie łatwo tu ustrzec się przed definicjami twórczymi.

Ostatnie zwłaszcza wypowiedzi i praktyka Fregego szły dość widocznie w kierunku wyjaśnienia i opracowania zaznaczonego już w *Begriffsschrift* stanowiska, że napis pełniący rolę definicji może być tezą teorii jako twierdzenie wprowa-

dzone przy pomocy reguły zwanej dziś definicyjną. Znajduje się zresztą w *Über die Grundlagen* (303) wyraźny zwrot, że definicja jest częścią składową teorii *(Bestandteil des Systems der Wissenschaft)*. Takie stanowisko wyraźnie zajęli i opracowali później: Leśniewski, Ajdukiewicz, Tarski, Mostowski... Jest ono metodologicznie bodajże najbardziej uprawnione i najelegantsze, zwłaszcza, gdy definicje zawierają w miejsce znaku równości definicyjnej funktor przyjęty jako termin pierwotny, np. równoważność. Takie ujęcie wymaga jednak precyzyjnego sformułowania reguł definicyjnych. Frege takich reguł wyraźnie nie podał, ale zasłużył się tym, że pierwszy zwrócił uwagę na ich konieczność, przedstawiając w I tomie *Grundgesetze* (51—2) zasadnicze warunki poprawnej (gwarantujące niesprzeczność i przekładalność) definicji [39]. Niektóre z nich (5 i 7) stanowią trwały wkład do logiki współczesnej.

Cztery z warunków poprawności definicji mają charakter ogólny:

1. Ten sam znak można tylko raz definiować (przeciw wieloznaczności symboli).
2. Znak definiowany musi być niezłożony (bo celem definicji jest skracanie wyrażeń).
3. Każde wyrażenie definiowane ma coś oznaczać (przeciw nazwom pustym).
4. Definicja winna być zupełna czyli wystarczająco ostro ustanawiać zakres nazwy definiowanej (bo celem definicji jest wprowadzać jasne pojęcia).

Specjalnie zaś do definicji terminów niesamodzielnych odnoszą się następujące warunki:

5. Funktory definiuje się wraz z ich argumentami, którymi są zmienne; — żadne dwie zmienne nie będą przy tym równokształtne (rozumie się po jednej stronie definicji).

---

[39] *Grundgesetze*, I, 28—33, 45, 63; II, 69—80; *Über die Begriffsschrift*, 366. Przy tej okazji warto nadmienić, że Frege pierwszy podał metodę budowania definicji relacji ancestralnych (*Begriffsschrift*, 55—8; *Grundlagen*, 94; *Grundgesetze*, I, 60).

6. Po lewej stronie równoważności definicyjnej należy umieścić terminy pierwotne lub zdefiniowane, a po drugiej jako funktor główny jedyny znak stały, który ma być zdefiniowany (choć nie jest to zgodne ze zwykłym sposobem pisania, to jednak bardziej odpowiada naturze definicji pojętej jako skrót).
7. Każda zmienna (oczywiście rzeczywista) występująca po jednej stronie definicji winna być powtórzona (posiadać współobjętą) po drugiej stronie definicji [40].

Istnieje jeszcze jedno stanowisko odnośnie do roli definicji w systemie dedukcyjnym, a mianowicie eliminujące właściwe definicje z systemu (Hilbert). Ujęcie takie właściwe jest dla systemów ściśle sformalizowanych, w których w ogóle nie ma miejsca na definicje w zwykłym tego słowa znaczeniu [41]. Postulaty są pseudodefinicjami wyrażeń pierwotnych, a nowych terminów zasadniczo nie wprowadza się. Frege znał to stanowisko, ale stanowczo je odrzucił, o czym będzie mowa niżej.

Powyższa analiza ujęcia przez Fregego roli definicji w systemie dedukcyjnym przy jednoczesnym przeglądzie zasadniczych stanowisk w tej sprawie doprowadza do wniosku, że definicja w systemie dedukcyjnym może nie być użyta, albo też wystąpić. Wtedy stanowi bądź tezę teorii, bądź znajduje się w metateorii jako część znaczkowa reguły zastępowania. W pierwszym przypadku bywa aksjomatem czy to wyraźnym czy też zamaskowanym (gdy choć występuje w metateorii jest twórcza) lub twierdzeniem, wprowadzonym do teorii przy pomocy specjalnej reguły dowodzenia. W zasadzie każde z tych stanowisk, byle konsekwentnie i precyzyjnie realizowane, doprowadza do systemu dedukcyjnego bezbłędnie zbudowanego. Głównie względy wygody, prostoty, naturalności, elegancji budowy czy wreszcie walory dydaktyczne mogą decydować

---

[40] Zarówno te jak i podane później (1901 r.) przez Peano warunki poprawnej definicji nie są wystarczające. Zob. Dubislav, *Die Definition*, 34—7.

[41] Dubislav (*Die Definition*, 53) sądzi, że w systemach sformalizowanych niepodobna utrzymać różnicy między aksjomatem a definicją.

o wyborze jednego z tych stanowisk. Fregemu odpowiadało najbardziej ujęcie definicji jako twierdzenia, dokładniej — metoda wprowadzania (przy pomocy specjalnej reguły) do teorii jako twierdzenia napisu, który spełnił rolę definicji. Współczesne opracowania sposobów wprowadzania nowych pojęć do teorii idą w zasadzie właśnie po tej myśli Fregego [42].

Na oznaczenie zdań przyjętych aksjomatycznie w logice zdań (i innych systemach) używa Frege nazw: *Grundsätze, Kernsätze, Grundgesetze, Urgesetze, Grundaussagen.* Początkowo dość wyraźnie rozumie je — pojmując system dedukcyjny nowocześnie — jako zdania teorii przyjęte bez dowodu, nie mówiąc zupełnie nic o ich oczywistości [43]. Atoli przeciwstawiając się później stanowisku Hilberta, który traktował założenie teorii jako postulaty, wyraża się tak, jakby chciał zachować tradycyjny sens terminu aksjomat, tj. rozumieć go jako zdanie bezpośrednio oczywiste, nie potrzebujące dowodu czyli pewnik [44]. Ta chwiejność sformułowań naszego logika obniża jego wysoki stopień postępowości w dziedzinie metodologii nauk dedukcyjnych. Jest to chyba jedyna z referowanych tu dziedzin, w której nasz logik nie był pionierski. Frege po prostu nie doceniał wartości formalnego sposobu budowania teorii, jaki zaczął rozwijać się u schyłku XIX w. [45]. Formalizm, jako stanowisko w dziedzinie podstaw matematyki, nie wytrzymuje słusznej krytyki. Niewątpliwie jednak formalizowanie teorii zasługuje na obronę. Nie stanowi ono tylko zabawki znakami, nie jest wywołane przesadnym i jałowym dążeniem do ścisłości pojętej jako cel sam w sobie. Nie buduje się przecież algorytmów, które nie miałyby przewidzianych zastosowań. Odkryte antynomie w tak bardzo precyzyjnie zbudowanych teoriach matematycznych, jak właśnie arytmetyka w *Grundgesetze* okazały,

---

[42] Por. np. Mostowski, *Logika Matematyczna*, 249 n.

[43] *Begriffsschrift*, 25; *Grundgesetze*, I, 60—1; *Über die Begriffsschrift*, 363.

[44] *Über die Grundlagen* XII (1903), 319 oraz XV (1906), 295.

[45] Niestety w wieku XX okazało się, że stosunkowo nie duży jest zakres pełnej stosowalności tej metody.

że dla uchronienia się od błędu dobrze jest także abstrahować od pozasystemowego sensu intuicyjnego terminów używanych w teorii. Wtedy też ingerencja, jakże mocno nieraz zawodzącej, subiektywnej oczywistości w dowodach, zostanie prowadzona do właściwej roli. Również zachęca do takiej formalizacji wzgląd ekonomiczny — możliwość licznych interpretacji. Frege, choć tak bliski duchowi współczesnej metodologii nauk dedukcyjnych, choć przyczynił się do powstania metody formalizacji, bezwzględnie i w sposób gwałtowny potępił traktowanie założeń teorii nie tylko jako przesłanek naczelnych ale i zarazem jako definicji przez postulaty terminów pierwotnych. Stanowisko swoje w tej sprawie sformułował w *Über die Grundlagen* (XII, 320—2; XV, 294, 296, 301—3, 382—4, 403 i 429), oraz w pochodzącym z 1900 r. a opublikowanym w 1940 r. przez M. Stecka liście do H. Liebmana.

Frege zauważa, że bywa trojaki sposób rozumienia aksjomatu (założenia teorii):

a) w sensie Euklidesa, jako zdanie niedowodliwe,
b) w sensie Hilberta, jako ukryta (*implicite*) definicja wyrazów pierwotnych,
c) w sensie Korselta, jako swoista reguła używania wyrazów pierwotnych.

Oczywiście opowiedział się za pierwszym, szczególnie ostro występując przeciwko drugiemu rozumieniu. Sens terminów pierwotnych wyjaśnić powinny tzw. *Erläuterungen* czyli objaśnienia na marginesie teorii.

Układu aksjomatów dla logiki zdań oddzielnie Frege nie podaje, ale w *Begriffsschrift* (26, 35, 43, 44 i 47) sześć praw przyjętych jest w logice zdań bez dowodu. Stanowią więc one układ aksjomatów, który w symbolice Łukasiewicza wygląda tak:

(1) CpCqp
(2) CCpCqrCCpqCpr
(3) CCpCqrCqCpr
(4) CCpqCNqNp

(5) CNNpp

(6) CpNNp

Z praw tych ostatnie trzy znane były już logice tradycyjnej starożytnej. Pierwsze spotykamy w średniowieczu, a drugie i trzecie pochodzi od Fregego. Żadnego jednak z tych praw nie traktowano dotąd jako aksjomatu.

Powyższy układ aksjomatów zmienił Frege już we wstępie do *Begriffsschrift* zastępując ostatnie dwa jednym w postaci: ENNpp. Praktycznie jednak zmiana ta nie ma znaczenia, bo funktor równoważności w systemie logiki zdań u Fregego nie występuje.

Scholz badając manuskrypty Fregego znalazł w jednym z nich (z roku 1881) uwagę, że ostatnie trzy aksjomaty dadzą się zastąpić dwoma, które nasz logik podał w innym rękopisie [46]:

(7) CCNpqCNqp

(8) CCpNqCqNp

Ostatecznie więc układ aksjomatów logiki zdań sformułowany przez Fregego składał się z pięciu aksjomatów: trzech z *Begriffsschrift* i dwóch z manuskryptu. Jest to układ niesprzeczny i zupełny. Nie jest jednak niezależny, bo trzeci akcjomat jest zależny od pierwszego i drugiego [47]. Wystarczy więc, jeśli dla logiki zdań przedstawionej przez Fregego przyjmie się aksjomaty: (1), (2), (7) i (8). Jest to układ niesprzeczny, zupełny i niezależny dla implikacyjno-negacyjnego systemu logiki zdań, używającego reguł podstawiania i odrywania [48].

Zbiór twierdzeń jaki Frege wyprowadził ze swego układu aksjomatów nie jest duży. Ale też wyraźnie zaznaczył, że nie chodzi mu o wszystkie prawa logiczne, lecz tylko o te, na których opierają się reguły wnioskowania używane przy budowaniu systemów arytmetyki [49].

---

[46] Hermes — Scholz, *Ein neuer Vollständigkeitsbeweis*, 742—3.

[47] Łukasiewicz — Tarski, *Untersuchungen*, 36.

[48] Hermes — Scholz, op. cit., 737—44.

[49] *Begriffsschrift*, 25. Podkreślał zresztą, że z podanych aksjomatów dadzą się wywieść jeszcze inne twierdzenia, co czyni np. w *Grundgesetze*, I, 65 i 134.

Wśród implikacyjnych praw logicznych występują najcharakterystyczniejsze z tych, jakie zna obecna logika, a więc: prawo sylogizmu hipotetycznego, symplifikacji, komutacji, tożsamości (brak może implikacyjnego odpowiednika *modus ponendo ponens).* Zwracał też uwagę Frege na niesłuszność mniemania, jakoby prawo tożsamości pozbawione było treści [50].

Wśród implikacyjno-negacyjnych praw znajdują się: prawo kontrapozycji, transpozycji złożonej, podwójnego przeczenia, charakterystyki fałszu, kryterium prawdy, Dunsa Szkota i inne. Brak może tylko prawa redukcji do absurdu, znanego już starożytnym i charakterystycznego dla współczesnej logiki zdań.

Ponieważ posługuje się przy objaśnieniu praw definicjami alternatywy i koniunkcji stąd, odczytując pewne prawa, tym samym *implicite* formułuje nadto: prawo przemienności, symplifikacji, i tautologii dla alternatywy oraz prawo importacji i eksportacji [51].

Tezy logiki zdań odczytuje Frege w języku metasystemu. Przy prawie tożsamości i podwójnego przeczenia popełnił nieścisłość, odczytując pierwsze zupełnie tak jak prawo niesprzeczności, a w drugim dopatrując się zawartego prawa niesprzeczności [52].

Od elementów teorii odróżnił nasz logik elementy metateoretyczne. Może mniej wyraźnie uczynił to w *Begriffsschrift,* ale już zupełnie wyraźnie w *Grundgesetze* (I, 4 i 43—5; II, 105—7). Niestety, oddzielenie to, jak i też związane z nim skrupulatne odróżnianie nazw rzeczy i nazw nazw rzeczy, nie znalazło należytego zrozumienia u współczesnych i poszło w zapomnienie. Dopiero od czasów Hilberta zaczęło się systematycznie zwracać uwagę na te oddzielenia.

Choć systemy dedukcyjne znano i budowano od czasów starożytnych, to jednak pewne przepisy ich konstruowania pierw-

---

[50] *Logische Untersuchungen,* 50.
[51] *Begriffsschrift,* 44—5, 45—6, 47 i 49.
[52] *Tamże,* 43—4.

szy wprowadził dopiero Frege. Przede wszystkim sformułował niektóre ogólno-logiczne reguły wywnioskowywania tez. Nadto zapoczątkował syntaktyczną metodę budowania teorii dedukcyjnych. Autor *Begriffsschrift* nie sformułował tzw. reguł składniowych dla wyrażeń teorii. Nie odczuł ich potrzeby, bo system jego nie był w ścisłym sensie sformalizowany, a co za tym idzie, nie było potrzeby podania strukturalnej reguły podstawiania, która wymagałaby określenia, jakie wyrażenie jest sensowne (lepiej — poprawnie zbudowane). W pierwszym tomie *Grundgesetze* natomiast, szkicując jakby pewien prototyp reguły podstawiania, podał niektóre warunki, jakim winny odpowiadać podstawiane wyrażenia, co zasługuje na miano, choć niedoskonałych, reguł syntaktycznych [53].

Frege świadomie (zaznacza to we wstępie do I tomu *Grundgesetze*) posuwa się naprzód w metodologii systemu dedukcyjnego w porównaniu z Euklidesem i matematykami, którzy nie podawali reguł dowodzenia twierdzeń. On natomiast zauważył, że dla otrzymania konkluzji potrzebne są obok przesłanek różne od nich specjalne reguły [54]. Nazywał je różnie: *Schluss, Schlussweise, Schlussart, Regel, Folgerungsweise.* Zwrócił też uwagę na to, że logika tradycyjna jest szeregiem reguł wnioskowania, oraz że reguły te opierają się na pewnych prawach logiki zdań [55].

Uważając za wygodniejszy (jednolitość i przejrzystość) system dedukcyjny twierdzeń niż reguł, ograniczył Frege liczbę stosowanych w logice tradycyjnej reguł wnioskowania na rzecz twierdzeń. Zaznacza przy tym, że każde twierdzenie lo-

---

[53] *Grundgesetze*, I, 9—10, 18—20 i 48, a zwłaszcza 63—4. Wyraźniejsze sformułowanie tych reguł mamy w *Logica matematica* (11) Burali-Fortiego w 1894 r., a jeszcze dokładniej w *Principia Mathematica.*

[54] *Begriffsschrift*, 8—10 i 25; *Grundgesetze* I, 25—34 i 61. Jeszcze *Principia Mathematica* traktują reguły jakonie symboliczne aksjomaty. Por. Łukasiewicz, *Z historii*, 435.

[55] *Begriffsschrift*, 9 i 25. Niesłusznie tylko sądzi, że w postaci reguł a nie tez zbudował logikę sam Arystoteles.

giczne jest jakby sprzęgnięte z odpowiadającą mu regułą wnioskowania, na którą je łatwo zamienić [56].

W systemie arytmetyki zamienia właśnie twierdzenia logiki zdań na odpowiadające im *reguły wnioskowania.*

Za najważniejszą, a w Begriffsschrift za jedyną, uważa Frege regułę odrywania (dla implikacji) [57]. *Niezawodności jej dowodzi poprawnie i bardzo dokładnie przy pomocy analizy* pojęcia implikacji [58].

Reguły podstawiania autor *Begriffsschrift* nie formułuje, choć używa jej, podając dokładnie wszelkie podstawienia. Sądzi widocznie, że dotyczy ona raczej symbolicznej strony wnioskowania, a nie samego wnioskowania [59]. W I tomie *Grundgesetze* (62—3) jednak reguła podstawiania jest już wyraźnie podana pod nazwą *Anziehen von Sätzen.* Jest to w ogóle pierwsze w historii logiki sformułowanie reguły podstawiania [60].

Reguły zastępowania w rozumieniu Łukasiewicza w *Begriffsschrift* nie ma. Dla przedstawionej tam logiki zdań nie była potrzebna. Podany jest tylko przy sposobności wyjaśniania symbolu równoważności szkic pochodnej reguły zastępowania równoważnikiem (15 i 50). W I tomie *Grundgesetze* (70, 78 i 81) obok reguły zastępowania równoważnikiem można by

---

[56] *Begriffsschrift,* 9; *Über die Begriffsschrift,* 363. Warto dodać że w *Begriffsschrift* (9) występuje już pojęcie tzw. reguły wtórnej czyli reguły rozumowania opartej na przyjętych wcześniej tezach a stosowanej w celu skrócenia dowodów.

[57] *Begriffsschrift,* wstęp i 9—10; *Grundgesetze,* I, 26.

[58] *Begriffsschrift,* 7; *Grundgesetze,* I, 25. W II tomie *Grundgesetze* (107) sformułował regułę odrywania dla równoważności. Nie wspomina jednak o związku reguły odrywania ze stoicką formułą niedowodliwą *modus ponendo ponens.*

[59] Reguła podstawiania odpowiada tradycyjnej regule wnioskowania *dictum de omni et de nullo.* Warto zauważyć, że prawo logiczne, na którym opiera się reguła podstawiania (prawo implikacji podstawieniowej) znajduje się już w *Begriffsschrift* (51).

[60] Dla rachunku zdań pierwszy sformułował Lewis w 1918 r. Warto zaznaczyć, że reguły podstawiania nie mają sformułowanej jeszcze *Principia Mathematica.*

dopatrzyć się też reguły zastępowania w sensie Łukasiewicza. Użycie reguły zastępowania zaznaczone jest: *Aus der Definition.*

Zagadnienie metalogicznych właściwości systemu logiki zdań jest zasadniczo obce autorowi *Begriffsschrift.* Dzieje się to dlatego, że analiza tych właściwości wiąże się przede wszystkim z teoriami sformalizowanymi, a więc z traktowaniem założeń jako postulatów. Frege natomiast taką metodę odrzucił. Nawet po roku 1899 Frege nie rozumiał nowego pojęcia niesprzeczności [61]. Uważał, że niesprzeczność aksjomatów nie potrzebuje dowodów, bo jest koniecznym następstwem prawdziwości aksjomatów [62].

Nie trudno zauważyć, że jest to słuszne tylko przy zwężonym rozumieniu aksjomatów, mianowicie jako zdań oczywiście prawdziwych czyli pewników. Stąd też sposób wyjaśniania przez naszego logika prawdziwości aksjomatów jest podobny do badania ich niesprzeczności. Nie używa wprawdzie Frege matrycy, ale analogicznie wykazuje, że założywszy dwuwartościowość zmiennych w aksjomatach (podstawiwszy za zmienne prawdę lub fałsz we wszystkich możliwych kombinacjach) po redukcji otrzyma się zawsze prawdę, a co za tym idzie — gwarancję niesprzeczności aksjomatów [63].

Podobnie ma się sprawa z niezależnością układu aksjomatów. Nasz logik nie widział potrzeby wprowadzania pojęcia niezależności utworzonego przez Hilberta. Nie może ona bowiem dotyczyć aksjomatów jako zdań oczywistych i niedowodliwych [64]. Ale nawet gdyby się uznało celowość wykazania niezależności układu aksjomatów, to wątpliwe jest dla Fregego

---

[61] *Über die Grundlagen* XII, 323—4 i 375; XV, 302—3 i 401—3; *Ein Unbekannter Brief.* Hilbert natomiast pojmował wtedy niesprzeczność w sensie współczesnym.

[62] *Über die Grundlagen* XII, 321; *Die Axiome wiedersprechen einander nicht da sie wahr sind*; *das bedarf keines Beweises.*

[63] *Begriffsschrift,* 26—8, 35 i 43; zwłaszcza: *Grundgesetze,* I, 34—6.

[64] *Über die Grundlagen* XV, 402: *Festzustellen ist, das die Hilbertschen Unabhangigkeitsweise die eigentlichen Axiome, die Axiome im Euklidischen Sinne gar nichts betreffen...* Por. także *Ein Unbekannter Brief.*

czy można udowodnić niezależność jakiegoś aksjomatu od pozostałych w danym układzie [65].

Niemniej jednak wyraźnie głosił Frege postulat możliwie najmniejszej liczby koniecznych aksjomatów, który jest przecież bezpośrednią konsekwencją warunku niezależności układu aksjomatów [66].

Cechę zupełności teorii pojmował autor *Begriffsschrift* po arystotelesowsku jako jej adekwatność (Hermes-Scholz mówią: zupełność semantyczna). System dedukcyjny jest w tym sensie zupełny, gdy można w nim wyprowadzić (z aksjomatów wedle przyjętych reguł) wszystkie prawa ujmowanej w system dyscypliny naukowej. Jest to zupełność w szerszym sensie, odnosząca się nie tyle do systemu dedukcyjnego, ile raczej do jego interpretacji. Dowodu tak rozumianej zupełności logiki zdań Frege wszakże nie podaje. Uważa bowiem, że tylko *ex post* można to sprawdzić [67].

Kończąc te, często pobieżne i posiadające charakter streszczenia, uwagi na temat Fregego logiki zdań i zagadnień z nią związanych, warto przypomnieć jeszcze najbardziej zasadnicze punkty dorobku naszego logika.

Wskazał on mianowicie, w jaki sposób zdanie logiczne, nazwa oraz funkcja propozycjonalna i deskryptywna są podstawowymi pojęciami logiki. Zanalizował przy tej okazji pojęcie zmiennej i kwantyfikatora. Stworzył ścisłą logiczną symbolikę, nie wzorowaną na matematyce i — co za tym idzie — podkreślił swoistość zagadnień logicznych na tle ówczesnej algebry logiki. Pierwszy zbudował zaczynający się od rachunku zdań system aksjomatyczny logiki, którego język przy największej

---

[65] *Über die Grundlagen* XV, 425.

[66] Wstęp do *Begriffsschrift*; *Grundgesetze*, I, wstęp. Tak zresztą rozumianą niezależność zna już Arystoteles,

[67] *Begriffsschrift*, 25: *...ist Vollständikeit nicht anders als durch Aufsuchung derer zu erreichen, die der Kraft nach alle in sich schliessen. Über die Begriffsschrift*, 362: *Will man erproben ob ein Verzeichnis von Axiomen vollständig sei, so muss man versuchen, aus ihnen alle Beweise des Zweiges der Wissenschaft zuführen um den es sich handelt.*

oszczędności w wyborze stałych jest dość bogaty, aby stworzyć logiczną teorię arytmetyki (epokowe wprowadzenie pojęcia liczby). Położył podwaliny syntaktycznej metody budowania teorii dedukcyjnej. Wydatnie przyczynił się do współczesnego opracowania teorii definicji (reguły definiowania, definicje ancestralne).

Pierwszy w czasach nowożytnych spostrzegł różnicę między przesłankami a regułami we wnioskowaniu, językiem przedmiotowym i metajęzykiem, systemem i metasystemem. A w ogóle nieocenioną wartością badań logicznych Fregego — jak podkreślali Leśniewski i Łukasiewicz — jest ich wyjątkowa ścisłość i precyzja. Nic też dziwnego, że Russell mógł napisać w przedmowie do *Principia Mathematica*, iż w kwestiach logiczno-analitycznych zawdzięcza niemal wszystko Fregemu.

SPIS BIBLIOGRAFICZNY

I. Logiczne i metodologiczne pisma Fregego.

1. Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens, von Dr Gottlob Frege... Halle a. S. 1879.
2. Über Anwendungen der Begriffsschrift, vorgetragen von Dr Frege, Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für das Jahr 1879, 29—33.
3. Über den Zweck der Begriffsschrift, vorgetr. von Dr Frege, Sitzber. Jen. Ges. 1882, 1—10.
4. Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift, von Dr Frege, „Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik". LXXX (1882) 48—56.
5. Die Grundlagen der Arithmetik, eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl, von Dr G. Frege..., Breslau 1884 (przedruk w 1934).
6. Über formale Theorien der Arithmetik, vorgert. von Dr Frege, Sitzber. Jen. Ges., „Suplement zur „Zeitschrift für Naturwissenschaft", XIX, 94—101.
7. Über das Trägheitsgesetz, von Dr Frege, Zeitschrift für Philos. u. philos. Kritik IIC (1890), 145—61.

8. Georg Cantor: Zür Lehre vom Transfiniten. Gesammelte Abhandlungen aus der Zeitschrift f. Phil. u. phil. Kritik. I Abteilung, Halle a. S. 1890, von Dr Frege (recenzja), „Zeitschrift für Phil. u. phil. Kritik“, C (1892) 269—72.
9. Function und Begriff. Vortrag gehalten von Dr Frege, Jena 1891.
10. Über Sinn und Bedeutung von Dr Frege, „Zeitschrift für Philos. u. philos. Kritik“, C (1892) 25—50.
11. Über Begriff und Gegenstand, von Dr Frege, „Vierteljahrschrift für wissenschaftl. Philosophie“, XVI (1892) 192—205.
12. Grundgesetze der Arithmetik, Begriffsschriftlich abgeleitet von Dr G. Frege... I—II, Jena 1893—1903.
13. Dr E. G. Husserl: Philosophie der Arithmetik. Psychologische und logische Untersuchungen I. Leipzig 1891, von Dr Frege (recenzja), „Zeitschrift für Philos. u. phil. Kritik“, CIII (1894) 13—32.
14. Frege G.: Le nombre entier, „Revue de metaphysique et de morale“, III (1895) 73—8.
15. Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorlesungen über die Algebra der Logik, von Dr G. Frege, „Archiw für syst. Philosophie“, I (1895) 433—56.
16. Über die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene, von Dr G. Frege, Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächs. Gesellschaft der Wiss. zu Leipzig, Math.-phys. Kl., XLVIII (1896), 361—78.
17. Lettera del sig. G. Frege all'Editore, „Rivista di matematica“, VI (1896—9) 53—9.
18. Über die Zahlen des Herrn H. Schubert, von Dr Frege, Jena 1899.
19. Ein unbekannter Brief von Gottlob Frege über Hilberts erste Vorlesung über die Grundlagen der Geometrie, von Max Steck, Sitzber. Heidelb. Ak. Wiss., Math.-Naturw. Kl. 1940.
20. Über die Grundlagen der Geometrie, „Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung“, XII (1903) 319—24; 368—75.
21. Was ist eine Function?, Festschrift L. Boltzmann gewidmet zum 60, Geburtstage, Leipzig 1904, 656—66.
22. Über die Grundlagen der Geometrie, von Dr Frege, „Jahresbericht d. Deut. Math.-Verein“, XV (1906) 293—309; 377—403; 423—30.
23. Antwort auf die Ferienplauderei des Herrn Thomae, tamże, 586—90.
24. Die Unmöglichkeit der Thomaeschen formalen Arithmetik aufs Neue nachgewiesen, von Dr Frege, tamże, XVII (1908) 52—6.
25. Der Gedanke. Eine logische Untersuchung, Beiträge zur Philosophie der Deutschen Idealismus“, I (1918) 57—77.
26. Die Verneinung. Eine logische Untersuchung, von Dr G. Frege, Tamże. I (1919), 143—57.
27. Logische untersuchungen. III: Gedankengefüge, von Dr G. Frege, Tamże, III (1923). 36—51.

II. Prace wiążące się z Fregego logiką zdań (wybrane z nowszych)

28. Carnap R., Meaning and Necessity, Chicago 1947.
29. Church A., Carnap: Introduction to semantics. „The Philos. Review", LII (1943) 298—304.
30. Church A., Quine: Notes on Existence and Necessity. „Journal of Symbolic Logic", VIII (1943) 45—7.
31. Church A., Smart: Freges logic. „Journal of S. L.", X (1945) 101—3.
32. Dubislav W., Die Definition[3], (Berlin 1926) Leipzig 1931.
33. Hermes H. und Scholz H., Ein neuer Vollständigkeitsbeweis für das reduzierte Fregesche Axiomensystem des Aussagenkalküls, „Deutsche Mathematik", I (1936) 733—72.
34. Korcik A., Gottlob Frege jako twórca pierwszego systemu aksjomatycznego współczesnej logiki zdań, „Roczniki Filoz.", I (1948) 138—64.
35. Leśniewski St., O podstawach matematyki, „Przegl. Filozof.", XXX (1927) 164—206.
36. Łukasiewicz J., Z historii logiki zdań, „Przegl. Filozof." XXXVII (1934) 417—37.
37. Łukasiewicz J. und Tarski A., Untersuchungen über den Aussagenkalkül, Comptes rendus des séances de la Soc. d. Sc. . . . Cl. III. Varsovie, XXIII (1930), 30—50.
38. Marshall W., Freges Theory of Functions and Objects, „The Philos. Review", LXII (1953) 374—90.
39. Quine W., Notes on Existence and Necessity, „Journal of Philos", XL (1943) 113—27.
40. Russell B., On denoting, „Mind", XIV (1905) 479—93. Przedruk w Readings in Philosophical Analysis, New-York 1949.
41. Scholz H., Was ist ein Kalkül und was hat Frege für eine pünktliche Beantwortung dieser Frage geleistet?, „Semester-Berichte", VII (1935) 16—47.
42. Scholz H. und Bachmann Fr.: Der wissenschaftliche Nachlas von G. Frege, Actes du Congrès Intern. de Philos. sc., Paris 1936.
43. Schröter K.: Axiomatisierung der Fregeschen Aussagenkalküle, „Forschungen zur Logik . . . Neue Folge", 8(1973).
44. Smart H.: Freges Logic, „The Philos. Review", LIV (1945) 489-505.
45. Wienpahl P.: Freges „Sinn und Bedeutung", „Mind", LIX (1950) 483-94.

Adolphus Busse, Berolini 1902), there is a fragment with the following editorial heading *De arte logica disputatio ex codicibus Laurentianis 72,1 (D) et 71,3 (F) atque editione Aldina Ven. 1503 (a) collecta* (ss. X—XII). In the Greek codices there is no heading to this fragment. In Aldin's edition the heading is as follows *Prooimion tes logikes pragmateias*. Also Valentinus Rose refers to it (*Aristoteles qui ferebantur librorum fragmenta*, collegit Valentinus Rose, Lipsiae 1886, s. 437). The fragment has been formerly ascribed to Ammonius. Busse, however, ascribes it to Olympiodor (*Praefatio*). There in Olympiodor discusses the question whether, according to the ancient philosophers, logic was part of philosophy, or its tool? Olympiodor's answers is, that there were some (the stoics) who have held it to be part of philosophy, while others (the peripatetic school) have thought it to be philosophy's instrument (*organon*). Plato, on the other hand, has held it to be both part and instrument of philosophy.

S. KAMIŃSKI

FREGE'S LOGIC OF PROPOSITIONS

In this study an attempt is made systematically to present Frege's logic of propositions, special attention being given to the methodological side. For, uncontestably, the propositional logic is one of the most important contributions to the original achievement of the greatest of XIX century logicians.

First, an analysis of Frege's notion of a proposition, implyins the distinction of sense (*Sinn*) and denotation (*Bedeutung*), is given together with a resumé of the whole ensuing discussion touching upon these functions of a proposition. With the division of propositions Frege's contribution to the shaping of the notion of propositional functions, of variables and quantifiers, is presented. Then, after explanation of Frege's symbolism, interpropositional relations are discussed, and, in connection with these, truth-functors and their relation to the corresponding functors of every-day speech.

Frege has construed his system of the logic of propositions axiomatically, and in a spirit thoroughly modern he carefully distinguishes between the grades of language, just as he is modern in his conception of the uses of the theory of deduction, and in his distinction between premisses and rules in deduction). The system of propositional logic is an absolute one (it does not imply any other system), and construed by the method of syntax. In succession, the several elemnts of the deduction system of the logic of propositions are discussed (with particular attention to the role of definition in a deduction system). Finally, there is a consideration of the problems of consistency, completeness and independance.